



**LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES®**

**CURSO PROPEDEUTICO DE ALGEBRA PARA BQFT**

**QUÍMICO FARMACEÚTICO  
BIOTECNÓLOGO**

**CURSO PROPEDEUTICO AGOSTO 2013**

**ELABORÓ**

**ALEJANDRO JAIME CARRETO SOSA**





LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES®

CURSO PROPEDEUTICO DE ALGEBRA PARA BQFT

Operaciones entre Quebrados (Fracciones)

**Sumar quebrados o fracciones:** se calcula el común denominador, se pone como denominador ese número, los numeradores se multiplican por el denominador del otro quebrado y se suman los numeradores. Ejemplo:

$\frac{5}{3}$	+	$\frac{1}{2}$	=	$\frac{10}{6}$	+	$\frac{3}{6}$	=	$\frac{10+3}{6}$	=	$\frac{13}{6}$
---------------	---	---------------	---	----------------	---	---------------	---	------------------	---	----------------

Se calcula el común denominador 6; después el primer numerador 5 se multiplica por el segundo denominador 2; el segundo numerador 1 se multiplica por el primer denominador 3. Una vez hecho esto finalmente se suman los numeradores.

**Restar quebrados o fracciones:** lo mismo que la suma de quebrados, pero al final en vez de sumar, se restan. Ejemplo:

$\frac{6}{1}$	-	$\frac{4}{3}$	=	$\frac{18}{3}$	-	$\frac{4}{3}$	=	$\frac{18-4}{3}$	=	$\frac{14}{3}$
---------------	---	---------------	---	----------------	---	---------------	---	------------------	---	----------------

Se calcula el común denominador 3; después el primer numerador 6 se multiplica por el segundo denominador 3; el segundo numerador 4 se multiplica por el primer denominador 1. Una vez hecho esto finalmente se restan los numeradores.

**Restar quebrados o fracciones:** lo mismo que la suma de quebrados, pero al final en vez de sumar, se restan. Ejemplo:

$\frac{6}{1}$	-	$\frac{4}{3}$	=	$\frac{18}{3}$	-	$\frac{4}{3}$	=	$\frac{18-4}{3}$	=	$\frac{14}{3}$
---------------	---	---------------	---	----------------	---	---------------	---	------------------	---	----------------

Se calcula el común denominador 3; después el primer numerador 6 se multiplica por el segundo denominador 3; el segundo numerador 4 se multiplica por el primer denominador 1. Una vez hecho esto finalmente se restan los numeradores.



LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES®

## CURSO PROPEDEUTICO DE ALGEBRA PARA BQFT

**Multiplicar quebrados o fracciones:** Es muy fácil; se multiplican los numeradores para calcular el nuevo numerador y se multiplican los denominadores para calcular el nuevo denominador. Ejemplo:

$\frac{3}{2}$	$\times$	$\frac{1}{2}$	$=$	$\frac{3 \times 1}{2 \times 2}$	$=$	$\frac{3}{4}$	Se multiplican los numeradores 3x1 y se multiplican los denominadores 2x2; así de sencillo
---------------	----------	---------------	-----	---------------------------------	-----	---------------	--

**Dividir quebrados o fracciones:** también muy fáciles de hacer. La vieja regla "se multiplican en cruz". Es decir: el numerador se calcula multiplicando el primer numerador por el segundo denominador. El denominador se calcula multiplicando el primer denominador por el segundo numerador. Ejemplo:

$\frac{7}{5}$	$:$	$\frac{2}{3}$	$=$	$\frac{7 \times 3}{5 \times 2}$	$=$	$\frac{21}{10}$	Se multiplica el numerador del primer quebrado por el denominador del segundo quebrado 7x3 y ya tenemos el nuevo numerador 21; se multiplica el denominador del primer quebrado por el numerador del segundo quebrado 5x2 y ya tenemos el nuevo denominador.
---------------	-----	---------------	-----	---------------------------------	-----	-----------------	--

### Reglas básicas de quebrados (trucos y truquillos):

1. Al multiplicar o dividir el numerador y denominador por el mismo número (distinto de cero) no cambiar el valor del quebrado. Los quebrados complicados se pueden reducir a fracciones más simples. Ejemplo:

$\frac{700}{900}$	$=$	$\frac{7}{9}$	Hemos dividido por 100 numerador y denominador, el quebrado sigue siendo el mismo.
$\frac{0,04}{0,07}$	$=$	$\frac{4}{7}$	Hemos multiplicado por 100 numerador y denominador, el quebrado sigue siendo el mismo.



LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES®

CURSO PROPEDEUTICO DE ALGEBRA PARA BQFT

2. Repasamos las cuatro operaciones con quebrados que hemos visto más arriba:

**Sumar o restar quebrados:** debe buscarse el común denominador (truco: aunque no sea el mínimo podemos calcularlo fácilmente multiplicando ambos denominadores, luego simplificamos la fracción resultante siguiendo el paso anterior.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a.d}{b.d} + \frac{b.c}{b.d} = \frac{a.d + b.c}{b.d}$$

**Multiplicar quebrados:** "se multiplican los numeradores y denominadores entre sí.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a.c}{b.d}$$

**Dividir quebrados:** un truco: se puede invertir el divisor y operar como si fuera una multiplicación de quebrados. En todo caso es muy fácil aquello de se multiplican en cruz...

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

3. **Inverso de un número** ( $1/5$  es el inverso de  $5$ ); **Truco:** la división de un número equivale a la multiplicación por el inverso del número:

$$\frac{a}{n} = a \times \frac{1}{n}$$



**LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES®**

**CURSO PROPEDEUTICO DE ALGEBRA PARA BQFT**

**EJERCICIOS**

**Reduce a su mínima expresión:**

- |            |             |
|------------|-------------|
| 1. $15/24$ | 7. $8/16$   |
| 2. $10/12$ | 8. $12/15$  |
| 3. $14/18$ | 9. $8/14$   |
| 4. $3/18$  | 10. $6/9$   |
| 5. $4/22$  | 11. $16/22$ |
| 6. $2/16$  | 12. $2/24$  |

**Fracciones simples e impropias**

Convierte a fracciones impropias

- |                     |                      |
|---------------------|----------------------|
| 1. $20 \frac{1}{3}$ | 7. $7 \frac{4}{7}$   |
| 2. 49               | 8. 1                 |
| 3. $7 \frac{2}{7}$  | 9. $14 \frac{1}{7}$  |
| 4. 36               | 10. $23 \frac{1}{4}$ |
| 5. $6 \frac{2}{3}$  | 11. $9 \frac{1}{5}$  |
| 6. $7 \frac{3}{5}$  | 12. $2 \frac{2}{3}$  |

**Fracciones Mixtas**

Convierte a fracciones mixtas

- |           |            |
|-----------|------------|
| 1. $61/3$ | 7. $53/7$  |
| 2. $49/1$ | 8. $1/1$   |
| 3. $51/7$ | 9. $99/7$  |
| 4. $36/1$ | 10. $93/4$ |
| 5. $20/3$ | 11. $46/5$ |
| 6. $38/5$ | 12. $8/3$  |



LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES®

CURSO PROPEDEUTICO DE ALGEBRA PARA BQFT

OPERACIONES ENTRE QUEBRADOS:

Suma

1.  $\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$
2.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{9}$
3.  $\frac{1}{12} + \frac{1}{7}$
4.  $\frac{1}{9} + \frac{1}{9}$
5.  $\frac{1}{9} + \frac{1}{4}$
6.  $\frac{2}{9} + \frac{3}{4}$
7.  $\frac{11}{18} + \frac{2}{19}$
8.  $\frac{5}{11} + \frac{1}{7}$
9.  $\frac{1}{9} + \frac{7}{8}$
10.  $\frac{3}{23} + \frac{11}{28}$
11.  $\frac{5}{14} + \frac{2}{11}$
12.  $\frac{11}{18} + \frac{1}{13}$

Resta

1.  $\frac{8}{13} - \frac{12}{25}$
2.  $\frac{11}{18} - \frac{2}{19}$
3.  $\frac{2}{3} - \frac{1}{7}$
4.  $\frac{10}{11} - \frac{15}{23}$
5.  $\frac{7}{8} - \frac{1}{9}$
6.  $\frac{5}{8} - \frac{4}{7}$
7.  $\frac{9}{24} - \frac{1}{3}$
8.  $\frac{4}{7} - \frac{1}{2}$
9.  $\frac{1}{2} - \frac{3}{7}$
10.  $\frac{6}{7} - \frac{1}{4}$
11.  $\frac{3}{4} - \frac{5}{7}$
12.  $\frac{5}{8} - \frac{1}{4}$

Multiplicación

1.  $\frac{4}{7} * \frac{1}{2}$
2.  $\frac{2}{5} * \frac{1}{2}$
3.  $\frac{1}{2} * \frac{1}{8}$
4.  $\frac{3}{4} * \frac{1}{2}$
5.  $\frac{3}{5} * \frac{1}{5}$
6.  $\frac{1}{6} * \frac{1}{4}$
7.  $\frac{1}{10} * \frac{1}{2}$
8.  $\frac{1}{6} * \frac{5}{8}$
9.  $\frac{1}{2} * \frac{1}{5}$
10.  $\frac{1}{4} * \frac{5}{8}$
11.  $\frac{6}{7} * \frac{1}{5}$
12.  $\frac{3}{4} * \frac{5}{7}$



LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES®

CURSO PROPEDEUTICO DE ALGEBRA PARA BQFT

**División**

- |                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| 1. $2/5 \div 1/2$  | 7. $3/7 \div 1/2$  |
| 2. $1/6 \div 1/4$  | 8. $3/10 \div 3/4$ |
| 3. $1/10 \div 1/2$ | 9. $1/2 \div 5/6$  |
| 4. $1/6 \div 5/7$  | 10. $4/9 \div 4/5$ |
| 5. $1/6 \div 8/5$  | 11. $2/9 \div 3/4$ |
| 6. $1/4 \div 5/8$  | 12. $5/8 \div 3/4$ |

**Suma de polinomios**

Para sumar dos polinomios se suman los coeficientes de los términos del mismo grado.

$$P(x) = 2x^3 + 5x - 3 \quad Q(x) = 4x - 3x^2 + 2x^3$$

1. **Ordenamos los polinomios**, si no lo están.

$$Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x$$

$$P(x) + Q(x) = (2x^3 + 5x - 3) + (2x^3 - 3x^2 + 4x)$$

2. **Agrupamos los monomios del mismo grado.**

$$P(x) + Q(x) = 2x^3 + 2x^3 - 3x^2 + 5x + 4x - 3$$

3. **Sumamos los monomios semejantes.**

$$P(x) + Q(x) = 4x^3 - 3x^2 + 9x - 3$$



LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES®

CURSO PROPEDEUTICO DE ALGEBRA PARA BQFT

**Resta de polinomios**

La resta de polinomios consiste en sumar al minuendo el opuesto del sustraendo.

$$P(x) - Q(x) = (2x^3 + 5x - 3) - (2x^3 - 3x^2 + 4x)$$

$$P(x) - Q(x) = 2x^3 + 5x - 3 - 2x^3 + 3x^2 - 4x$$

$$P(x) - Q(x) = 2x^3 - 2x^3 + 3x^2 + 5x - 4x - 3$$

$$P(x) - Q(x) = 3x^2 + x - 3$$

**Multiplicación de polinomios**

**Multiplicación de un número por un polinomio**

Es otro **polinomio** que tiene de **grado** el **mismo** del polinomio y como **coeficientes** el **producto de los coeficientes del polinomio por el número**.

$$3 \cdot (2x^3 - 3x^2 + 4x - 2) = 6x^3 - 9x^2 + 12x - 6$$

**Multiplicación de un monomio por un polinomio**

Se **multiplica el monomio** por todos y **cada** uno de los **monomios** que forman el polinomio.

$$3x^2 \cdot (2x^3 - 3x^2 + 4x - 2) = 6x^5 - 9x^4 + 12x^3 - 6x^2$$





LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES®

CURSO PROPEDEUTICO DE ALGEBRA PARA BQFT

**Multiplicación de polinomios**

$$P(x) = 2x^2 - 3 \quad Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x$$

Se multiplica cada monomio del primer polinomio por todos los elementos segundo polinomio.

$$\begin{aligned} P(x) \cdot Q(x) &= (2x^2 - 3) \cdot (2x^3 - 3x^2 + 4x) = \\ &= 4x^5 - 6x^4 + 8x^3 - 6x^3 + 9x^2 - 12x = \end{aligned}$$

Se suman los monomios del mismo grado.

$$= 4x^5 - 6x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 12x$$

Se obtiene otro polinomio cuyo grado es la suma de los grados de los polinomios que se multiplican.

También podemos **multiplicar polinomios** de siguiente modo:

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 + 4x \\ \quad \quad \quad \underline{2x^2 - 3} \\ - 6x^3 + 9x^2 - 12x \\ \underline{4x^5 - 6x^4 + 8x^3} \\ 4x^5 - 6x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 12x \end{array}$$

**División de polinomios**

Resolver la división de polinomios:

$$P(x) = x^5 + 2x^3 - x - 8 \quad Q(x) = x^2 - 2x + 1$$

$$P(x) : Q(x)$$



LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES®

## CURSO PROPEDEUTICO DE ALGEBRA PARA BQFT

A la izquierda situamos el dividendo. Si el polinomio **no es completo** dejamos **huecos** en los lugares que correspondan.

$$x^5 \quad + 2x^3 \quad - x - 8 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 - 2x + 1 \\ \hline \end{array} \right.$$

A la derecha situamos el divisor dentro de una caja.

Dividimos el primer monomio del dividendo entre el primer monomio del divisor.

$$x^5 : x^2 = x^3$$

Multiplicamos cada término del polinomio divisor por el resultado anterior y lo restamos del polinomio dividendo:

$$\begin{array}{r} x^5 \quad + 2x^3 \quad - x - 8 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 - 2x + 1 \\ \hline \end{array} \right. \\ -x^5 + 2x^4 - x^3 \\ \hline 2x^4 + \quad x^3 \quad - x - 8 \end{array}$$

Volvemos a **dividir** el primer monomio del dividendo entre el primer monomio del divisor. Y el resultado lo multiplicamos por el divisor y lo restamos al dividendo.

$$2x^4 : x^2 = 2x^2$$

$$\begin{array}{r} x^5 \quad + 2x^3 \quad - x - 8 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 - 2x + 1 \\ \hline \end{array} \right. \\ -x^5 + 2x^4 - x^3 \\ \hline 2x^4 + \quad x^3 \quad - x - 8 \\ -2x^4 + 4x^3 - 2x^2 \\ \hline 5x^3 - 2x^2 - x - 8 \end{array}$$



**LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES®**

**CURSO PROPEDEUTICO DE ALGEBRA PARA BQFT**

Procedemos igual que antes.

$$5x^3 : x^2 = 5x$$

$$\begin{array}{r} x^5 \qquad + 2x^3 \qquad - x - 8 \\ \underline{-x^5 + 2x^4 - x^3} \\ 2x^4 + x^3 \qquad - x - 8 \\ \underline{-2x^4 + 4x^3 - 2x^2} \\ 5x^3 - 2x^2 - x - 8 \\ \underline{-5x^3 + 10x^2 - 5x} \\ 8x^2 - 6x - 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} | x^2 - 2x + 1 \\ \underline{x^3 + 2x^2 + 5x} \end{array}$$

Volvemos a hacer las mismas operaciones.

$$8x^2 : x^2 = 8$$

$$\begin{array}{r} x^5 \qquad + 2x^3 \qquad - x - 8 \\ \underline{-x^5 + 2x^4 - x^3} \\ 2x^4 + x^3 \qquad - x - 8 \\ \underline{-2x^4 + 4x^3 - 2x^2} \\ 5x^3 - 2x^2 - x \\ \underline{-5x^3 + 10x^2 - 5x} \\ 8x^2 - 6x - 8 \\ \underline{-8x^2 + 16x - 8} \\ 10x - 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} | x^2 - 2x + 1 \\ \underline{x^3 + 2x^2 + 5x + 8} \end{array}$$



**LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES®**

## CURSO PROPEDEUTICO DE ALGEBRA PARA BQFT

$10x - 6$  es el **resto**, porque su **grado es menor que el del divisor** y por tanto no se puede continuar dividiendo.

$x^3 + 2x^2 + 5x + 8$  es el **cociente**.

### Ejercicios

Realiza la suma algebraica entre los siguientes polinomios.

- $(2x^3 + 5x - 3) - (2x^3 - 3x^2 + 4x)$
- $(-3x^2 + 5x - 4) + (4x^3 - 5x^2 + 2x + 1)$
- $(9 + 5x^3 - 4x^2 + x) + (4x^2 - 3 - 2x)$
- $(-3xy^2 + 4 - 7x^2y^2 - 6x^2y - 5xy) - (8xy - 2xy^2 + 10 + 4x^3y)$
- $(2x^2 + 6x + 5) + (3x^2 - 2x - 1)$
- $(2x^2 + 6y + 3xy) + (3x^2 - 5xy - x) + (6xy + 5)$
- $(3a + 2b - c) + (2a + 3b + c)$
- $(m^2 - n^2 - 3mn) - (-5m^2 - n^2 + 6mn)$
- $(-3x^2 + 2x^4 - 8 - x^3 + 1/2x) - (-5x^4 - 10 + 3x + 7x^3)$
- $(3x^2 - 17x^3 - 12x^5 + 10) - (-5x^4 + 4x^2 + 6x^5 + 7x^3)$
- $(8x^6y^5 - 6x^5y^6 + x^4y - x^3y^3 + 9x^2y^3 - 3xy^2 + 4) - (5x^6y^5 - 1x^5y^6 + 3x^4y - 4x^3y^3 + 2x^2y^3 - 3xy^2 + 7)$

Realiza los siguientes productos entre polinomios.

- $(-3x^2 + 2x^4 - 8 - x^3 + 5x)(-5x^4)$
- $(4x^3 - 5x^2 + 2x + 1)(3x - 6)$
- $(-9x^2 + x + 5x^4)(3 - 2x^2)$
- $(-9x^2 + x + 5x^4)(3 - 2x^2)$
- $(-3x^2y^3 + 4 - 7x^2y^2 - 6x^3y^3)(5x^4y + 8x - 2x^3y - 10)$
- $(-9x^2 + x + 5x^4)(3 - 2x^2)$
- $(-9x^2 + x + 5x^4)(3 - 2x^2)$
- $(-5x^4y - 3x^2y^3 + 2x^3y^2)(-3x^2y + 2xy^2)$
- $(x^4 - 2x^2 + 2) \cdot (x^2 - 2x + 3)$
- $(3x^2 - 5x) \cdot (2x^3 + 4x^2 - x + 2)$
- $(2x^2 - 5x + 6) \cdot (3x^4 - 5x^3 - 6x^2 + 4x - 3)$
- $(-3a^2b)(2ab^2 - 5a^2b + 3a)$
- $(-5x^4y - 3x^2y^3 + 2x^3y^2)(-3x^2y + 2xy^2)$
- $(x^2 + xy + y^2)((x - y))$
- $(a^3 - 3a^2b + 4ab^2)(a^2b - 2ab^2 - 10b^3)$
- $(3x^3 - a^3 + 2ax^2)(2a^2 - x^2 - 3ax)$
- $(a^2 + a + 1)(a^2 - a - 1)$
- $(2a - 5a^2 + a^3)(a^3 - 2a - 7)$
- $(8x^3 - 12x^2y - 6xy^2 + y^3)(3x^2 + 4y^2 - 2xy)$
- $(y^2 - 2y + 1)(y^4 - 2y^2 + 1)$



**LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES®**

## CURSO PROPEDEUTICO DE ALGEBRA PARA BQFT

### Realiza las siguientes divisiones entre polinomios

- $(x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 30x - 20) : (x^2 + 3x - 2)$
- $(x^6 + 5x^4 + 3x^2 - 2x) : (x^2 - x + 3)$
- $(x^3 + 2x + 70) : (x + 4)$
- $(x^5 - 32) : (x - 2)$
- $(x^4 - 3x^2 + 2) : (x - 3)$
- $(x^5 - 2x^2 - 3) : (x - 1)$
- $(2x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 5x + 10) : (x + 2)$
- $(x^4 - 3x^2 + 2) : (x - 3)$
- $(x^3 - 5x - 1) : (x - 3)$
- $(x^6 - 1) : (x + 1)$
- $(x^4 - 2x^3 + x^2 + x - 1) : (x - 1)$
- $(x^{10} - 1024) : (x + 2)$
- $(x^5 + 2x^3 - x - 8) : (x^2 - 2x + 1)$
- $(x^4 - 3x^2 + 2) : (x - 3)$
- $(x^5 + 3x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x + 4) : (x^3 + 2x^2 - x + 2)$
- $(2x^4 + 2x^3 - x + x + 4) : (x^2 - 2x + 2)$
- $(-4x^3 + 2x^2 + x + 1) : (2x^2 - 3x + 2)$
- $(x^2 - 8x + 15) : (x - 3)$
- $(14x^2 + 22x - 12) : (7x - 3)$
- $(-8x^2 + 12xy - 4y^2) : (y - x)$

### Para factorizar polinomios hay varios métodos:

- Sacar factor común:** Es aplicar la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma, Así, la propiedad distributiva dice:

$$a \cdot (x + y) = a \cdot x + a \cdot y$$

Pues bien, si nos piden factorizar la expresión  $a \cdot x + a \cdot y$ , basta aplicar la propiedad distributiva y decir que

$$a \cdot x + a \cdot y = a \cdot (x + y)$$

Cuando nos piden sacar factor común o simplemente factorizar y hay coeficientes con factores comunes, se saca el máximo común divisor de dichos coeficientes. Por ejemplo, si nos piden factorizar la expresión  $36x^2 - 12x^3 + 18x$ , será

$$36x^2 - 12x^3 + 18x = 6x(6x - 2x^2 + 3)$$

donde 6 es el máximo común divisor de 36, 12 y 18



**LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES®**

## CURSO PROPEDEUTICO DE ALGEBRA PARA BQFT

Para comprobar si la factorización se ha hecho correctamente, basta efectuar la multiplicación, aplicando la propiedad distributiva de la parte derecha de la igualdad, y nos tiene que dar la parte izquierda.

Otro ejemplo: Factorizar  $4a^2b + 2ab + 6ab^2$

$4a^2b + 2ab + 6ab^2 = 2ab(2a + 1 + 3b)$  ¡Atención a cuando sacamos un sumando completo!, *dentro del paréntesis hay que poner un uno*. Tener en cuenta que si hubiéramos puesto  $4a^2b + 2ab + 6ab^2 = 2ab(2a + 3b)$  y quiero comprobar si está bien, multiplico y me da  $2ab(2a + 3b) = 4a^2b + 6ab^2$  pero no  $4a^2b + 2ab + 6ab^2$  como me tendría que haber dado.

Sin embargo si efectúo  $2ab(2a + 1 + 3b) = 2ab \cdot 2a + 2ab \cdot 1 + 2ab \cdot 3b = 4a^2b + 2ab + 6ab^2$

Otros ejemplos:

$$3x^2 - 6x + 9x^3 = 3x(x - 2 + 3x^2)$$

$$2x^3 - \frac{4}{3}x^2 + 2x = 2x\left(x^2 - \frac{2}{3}x + 1\right)$$

2. **Si se trata de una diferencia de cuadrados:** Es igual a suma por diferencia. Se basa en la siguiente fórmula

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Pero aplicada al revés, o sea que si me dicen que factorice  $a^2 - b^2$  escribo

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$



**LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES®**

**CURSO PROPEDEUTICO DE ALGEBRA PARA BQFT**

Otros ejemplos de factorización por este método:

$$4x^2 - 1 = (2x + 1)(2x - 1)$$

$$x^4 - 16 = (x^2 - 4)(x^2 + 4)$$

$$\frac{a^2}{4} - \frac{4b^2}{9} = \left(\frac{a}{2} - \frac{2b}{3}\right)\left(\frac{a}{2} + \frac{2b}{3}\right)$$

3. **Si se trata de un trinomio cuadrado perfecto:** Es igual al cuadrado de un binomio  
Se basa en las siguientes fórmulas

$$\boxed{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2} \quad \text{y} \quad \boxed{(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$$

Así si nos dicen que factoricemos:  $a^2 + 2ab + b^2$ , basta aplicar la fórmula anterior y escribir que

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

Otros ejemplos de factorización por este método:

$$4x^2 + 9 + 12x = (2x + 3)^2$$

$$x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$$

$$\frac{1}{4} + 2x + 4x^2 = \left(\frac{1}{2} + 2x\right)^2$$



LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES®

CURSO PROPEDEUTICO DE ALGEBRA PARA BQFT

Si se trata de un trinomio de segundo grado: O sea un polinomio de este tipo

$ax^2 + bx + c$ , siendo a, b y c números

Se iguala el trinomio a cero  $ax^2 + bx + c = 0$ , se resuelve la ecuación  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ , y si tiene dos soluciones distintas,  $x_1$  y  $x_2$  se aplica la siguiente fórmula:  
 $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Veamos un ejemplo: Factorizar el polinomio  $2x^2 + 5x - 3$

Igualamos a cero  $2x^2 + 5x - 3 = 0$

Resolvemos la ecuación  $x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4} = \frac{-5 \pm 7}{4}$ , y separando las dos soluciones

$x_1 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ,  $x_2 = \frac{-12}{4} = -3$ , y aplicando la fórmula, teniendo en cuenta que a=2

$$2x^2 + 5x - 3 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 3)$$





LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES®

CURSO PROPEDEUTICO DE ALGEBRA PARA BQFT

EJERCICIOS DE FACTORIZACIÓN

REALIZA LOS SIGUIENTES EJERCICIOS.

1.  $x^3 + x^2$
2.  $2x^4 + 4x^2$
3.  $x^2 - 4$
4.  $x^4 - 16$
5.  $9 + 6x + x^2$
6.  $x^4 - 10x^2 + 9$
7.  $x^4 - 2x^2 - 3$
8.  $2x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 6$
9.  $2x^3 - 7x^2 + 8x - 3$
10.  $x^3 - x^2 - 4$
11.  $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$
12.  $6x^3 + 7x^2 - 9x + 2$
13.  $9x^4 - 4x^2 =$
14.  $2x^5 + 20x^3 + 100x =$
15.  $33x^5 - 18x^3 + 27x =$
16.  $42x^3 - 50x =$
17.  $52x^5 - 32x =$
18.  $62x^2 + x - 28 =$
19.  $a^2b - ab^2 =$
20.  $6p^2q + 24pq^2 =$
21.  $12x^3y - 48x^2y^2 =$
22.  $9m^2n + 18mn^2 - 27mn =$
23.  $x^2 - 8x + 16 =$
24.  $16y^2 + 24y + 9 =$
25.  $36a^2 - 12a + 1 =$
26.  $4x^2 + 20xy + 25y^2 =$

27.  $16x^2 - 25y^2 =$
28.  $144 - x^2y^2 =$
29.  $36 - 25a^2 =$
30.  $25 - 4a^2 =$
31.  $16m^2n^2 - 9p^2 =$
32.  $x^2 - 4x + 3 =$
33.  $x^2 - 2x - 15 =$
34.  $x^2 - 7xy - 18y^2 =$
35.  $12 - 4x - x^2 =$
36.  $5x^2 - 11x + 2 =$
37.  $6x^2 - 7x - 5 =$
38.  $12x^2 + 17x - 5 =$
39.  $7u^4 - 7u^2v^2 =$
40.  $kx^3 + 2kx^2 - 63kx =$
41.  $5x^3 - 55x^2 + 140x =$
42.  $4m^2n^2 + 24m^2n - 28m^2 =$
43.  $7hkx^2 + 21hcx + 14hc =$
44.  $wx^2y - 9wxy + 14wy =$
45.  $2x^3 + 10x^2 + x + 5 =$
46.  $px + py + qx + qy =$
47.  $3x^3 + 12x^2 - 2x - 8 =$
48.  $3x^3 + 2x^2 + 12x + 8 =$
49.  $x^3 - 27 =$
50.  $125x^3 + y^3 =$
51.  $8y^3 + z^3 =$
52.  $64 - y^3 =$



**LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES®**

## CURSO PROPEDEUTICO DE ALGEBRA PARA BQFT

### Despejes

Un despeje es un procedimiento con el que se encuentra el valor de una incógnita presente en una ecuación. Este despeje es una herramienta muy poderosa (cuando se aplica correctamente) para encontrar valores de variables contenidas en alguna ecuación.

Estas ecuaciones deben tener sólo una incógnita para determinar con certeza su valor. Puede ser que se tengan varias variables, pero sólo una será la incógnita: todas las demás variables deben tener un valor asignado.

De lo contrario, si estas ecuaciones tienen dos o más incógnitas, no se puede encontrar un valor específico de ellas; en este caso sólo encontraremos funciones o relaciones entre las variables.

### Realiza los siguientes ejercicios de despejes.

- $12 + 5x = 8 + x$
- $\frac{2x}{7} = 3$
- $\frac{2x}{7} - 5x = 1$
- $\frac{2x - 5x}{7} = 1$
- $\frac{-4}{(2 - 7x)} = 3$
- $\frac{-4}{(2 - 7x)} = 3 - 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$
- $3p \left(\frac{h+3}{r}\right) = m + 1$  despejar para este caso "h"
- $\sqrt{(12x-1)} - y = y^3$  despejar para este caso "x"
- $\sqrt[4]{\left(\frac{3}{x}\right)} = x - 1$
- $(2 - 6x)^2 = 7$



**LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES®**

**CURSO PROPEDEUTICO DE ALGEBRA PARA BQFT**

11.  $(5x^3 - 32)^2 + 10 = 3\sqrt[3]{r}$  despejar para este caso "x" y luego "r"; Es decir dos ejercicios primero "x" y en otro a parte "r"

12.  $\frac{(8+x)}{-2} = \frac{(14+2x)}{4}$

13.  $16x^m + \frac{2}{5} = 7$  despejar "x" y luego a parte despejar "m"

14.  $\left(\frac{3}{4y^{-x}}\right)^2 = \sqrt{\frac{3}{2y^{-x}}}$  despejar "y"

15.  $|3-x| = 10+5x$

16.  $\frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{2y}} + 1 = \frac{1}{x}$  despejar "y"

17. Despeja  $a$  en la expresión:  $c + d = 4a - b$

18.  $10x + 5 = 3x + 12$

19.  $2(3x - 2) = 8$

20.  $9(13 - x) - 4x = 5(21 - 2x) + 9x$

21.  $2[3(x - 2) + 5(x - 3)] + x = -8$

22.  $3(x - 5) = 2(x + 2)$

23.  $2x^2 - 6x^2 = 3y - 24y$

24.  $4x^2 = -24y$

25.  $x^2 = -24y/4$